

القسم : قائل - رياضيات السنة : الرابعة ح + المادة : منطق رياضي المحاضرة : رابعة

$$\Theta: S \rightarrow [0, a] \times [a, 1]$$

$$\Theta(x) = (x \wedge a, x \vee a)$$

استعملنا عناصر:

$$[0, a] \times [a, 1] \ni (y, z)$$

الحل: ليس

$$y \leq a, z \geq a$$

لنبين انه يمكن استبدال العنصر x بـ $y \vee (z \wedge a)$

$$\Theta(x) = (y, z)$$

$$[y \vee (z \wedge a)] \wedge a = [(y \vee z) \wedge (y \vee a)] \wedge a$$

كونج

$$= (y \vee z) \wedge (y \wedge a) = y \wedge (y \vee z) = y$$

ب

مبسطة خاصة بالاستبدال

$$[y \vee (z \wedge a)] \vee a = y \vee [(z \wedge a) \vee a] =$$

$$= y \vee [(z \vee a) \wedge (a \vee a)] = y \vee (z \vee a)$$

ا

$$= (y \vee z) \vee a = z$$

ز

وبالتالي فإن Θ هي دالة غامرة.

نستعمل لفظ البولياني

الجبر البولياني (جبر بول)

جبر بول هو بنية مكونة من مجموعة وثلاث عمليات تتوافق فيها خواصها معية تجعل من هذه البنية حلقة تبديلية واحدة. يمكن تمثيل مقدمات بآلة واحدة ويمكن للجموع أن تكون منتهية وغير منتهية. مجموعة القوة $P(E)$ لمجموعة E مكونة من n عنصراً تشكل تحت العمليات الأساسية على المجموعات وهي الاتحاد والتقاطع والمكم تشكل جبر بول وهذا الجبر مكون من 2^n عنصراً كما يمكن لمجموعة جبر بول أن تكون مكونة من عنصريين فقط.

إن تصميم أجهزة الحاسبات الآلية ومطابقة تنفيذ البرامج وأقل هذه الأجهزة والمنطق

اللازم الخطية هذه البرامج تعتمد جميعاً في الأساس على جدول مكون من
عنصرين هما (الاول) وثلاث عمليات :

فالطريقة في الجواز الى حالتان فقط هما الوصول والفصل.
وعندما يكتب جدول بول عن الجيم الذي يحل اسمه فقد كانت تقسم اساس
هيمس للنظرة التي كان يدور في مجموعة الملاكمة البريطانية وبعد سنة عام
سيصبح ملقبة على اسم النظر في تصميم الدارات الالكترونية وبالتالي تقسيم
أجهزة الحاسب

سبب حلقات بول

معرفة :

لتكن $(E, +, \cdot, \wedge, \vee)$ شبكة بول (شبكة بوليانية) وإذا عرفنا على هذه المجموعة
العملية $+$ و \cdot (جمع و ضرب) كما يلي :

$$x + y = (x \wedge y') \vee (x' \wedge y)$$

$$x \cdot y = x \wedge y$$

عند هذا نجد ان $(E, +, \cdot)$ تشكل حلقة بديلية وواحدة تحققت عندها
الشرط :

$$x \cdot x = x^2 = x$$

الاثبات :

أولاً ان عملية الجمع المعرفة بالسند السابقة هي عملية معرفة جيداً كما اننا في
شبكة المجموعة الجزئية $P(E)$ على هذه عملية التوزيع أيضاً فانه :

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B) \\ = (A \cap B') \cup (A' \cap B)$$

وعرفنا ان $x \cdot x = x$

$$x + y = (x \vee y) \wedge (x \wedge y)'$$

$$\Rightarrow (x + y)' = (x \wedge y) \vee (x' \wedge y')$$

ان عملية الجمع هي عملية إبدالية

$$x + y = (x \wedge y') \vee (x' \wedge y)$$

نظير النسبة للجمع

$$(x + y) + z = [(x + y) \wedge z'] \vee [(x + y)' \wedge z]$$

$$= [((x \wedge y') \vee (x' \wedge y)) \wedge z'] \vee [((x \wedge y') \vee (x' \wedge y))' \wedge z]$$

$$= [(x \wedge y' \wedge z') \vee (x' \wedge y \wedge z')] \vee [(x \wedge y \wedge z) \vee (x' \wedge y' \wedge z)]$$

$$= (x \wedge y' \wedge z') \vee (x' \wedge y \wedge z') \vee (x \wedge y \wedge z) \vee (x' \wedge y' \wedge z)$$

وبما ان الطرف الاخير في هذه المعادلة لا يتغير اذا بادلت بين x و z ، نستطيع ان نكتب ان:

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

وبما ان عملية الجمع هي عملية تجميعية.

لذا، لنفكر بالمعادلة:

ان العنصر 0 هو العنصر المحايد للجمع وذلك لان:

$$x + 0 = (x \wedge 0') \vee (x' \wedge 0)$$

$$= x \vee 0 = x$$

ع- لكل عنصر $x \in E$ نظير بالنسبة للجمع هو العنصر x نفسه وذلك لان:

$$x + x = (x \wedge x') \vee (x' \wedge x) = 0 \vee 0 = 0$$

من ارجو ان لا يخلو استيعاب ان $(E, +)$ زمرة تبديلية.

ثانياً:

الطرف تجميعي لان:

$$\forall x, y, z \in E \Rightarrow$$

$$(x + y) + z = (x \wedge y') \wedge z' = x \wedge (y \wedge z)' = x + (y + z)$$

- يوجد عنصر محايد بالجمعية للفرم هو 1 (او 0 لأن $1 \cdot x = x$)

$$x \cdot 1 = x \wedge 1 = x$$

- الفرمة تبديلية :

$$x \cdot y = x \wedge y = y \wedge x = y \cdot x$$

كالتالي الفرمة لقياس التوزيع على الجمع :

$$x \cdot (y + z) = x \wedge [(y \wedge z) \vee (y' \wedge z')]$$

$$= (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y' \wedge z')$$

وبنفس الطريقة نحصل على :

$$x \cdot y + x \cdot z = (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y' \wedge z')$$

ومن خلال ما سبقه نستطيع القول ان $(E, +, \cdot)$ هي حلقة تبديلية وواحدة .
من اجل ذلك لا يتصور ولنعرفة حلقة يكون :

تعريف :

ان كل حلقة واحدة $(E, +, \cdot)$ على مرمها تحقق المطابقة :

$$x^2 = x \cdot x = x$$

تسمى حلقة بول وايضا حقة

$$x + x = 0$$

$$2x = 0$$

$$(x+x)^2 = (x+x)(x+x)$$

$$= x^2 + x^2 + x^2 + x^2$$

$$= \underbrace{x+x}_{0} + \underbrace{x+x}_{0} = 0$$

يتبع من ذلك ان كل فرمة نظرية وايضا هي حلقة تبديلية .

سعرية :

لكن $(E, +, \cdot)$ حلقة بول واذا عرفنا ان E الاتحاد والقاطع كما يلي :

$$x \vee y = x + y + x \cdot y$$

$$x \wedge y = x \cdot y$$

عدد فئات (E, V, A, N) تكون متساوية بول (بوليانا).

تعريف نهر الجولبوليا

هو بنيت جبرية مكونة من ثلاث عمليات عمليات تبادلية على المجموع والفرق
وعليه إحصائية هي المقم وتكون العنصرية (10) (11) بحيث ورد منها
(10, 11, 12, 13) بحيث تحقق المبادئ الخمسة الأتية:

1- العنصران اللذان يتساوى :

٢- المجلسان التجميعيان ا-

$$(x+y)+z = x+(y+z)$$

$$(x, y, z) \cdot z = x \cdot (y, z)$$

۳۔ توڑیعا خ۔

$$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$$

$$x+y \cdot z = (x+y)(x+z)$$

۹- بحالیدان

(٥) الحد المتزايد بالنسبة للحد (١) المتزايد بالنسبة للحد (٢).

$$x + 0 = x$$

$$x, L \models x$$

اذا $x \in B$ يوجد مقام $a \in B$ $x \leq a$

$$x + x' = 1$$

$$x \cdot \dot{x} = 0$$

امکة ۱۰- $p(E)$ سے کہہ دیں

$$(p(E), v, \lambda, ', \phi, E)$$

$$D(12), D(24), D(42), (D(30), 4, \dots, 10, 1) \text{ da } (2)$$

(6) دہلی صوبہ

$D(30)$, $D(42)$, $D(6)$ سے حریوں

$D(24)$ لیستہ میں ہوں۔ $D(12)$

$A \in N$

(3) - $D(n)$ متى يكون عددًا أوليًا؟: حسة

~~Patience, please!~~

أولاً: $D(n)$ شبكة مرتبة بالنسبة لشبكة (N, \leq, v, \wedge)

التوزيعية

$$x \wedge y = \gcd(x, y)$$

$$x \vee y = \text{lcm}(x, y)$$

إن $D(n)$ هي شبكة توزيعية تحتوي العناصر 1 والأكبر n ويمكن إثبات
بديهية في الحالة العامة، لنثبت عن الشرط الذي يجب أن يتوفر بالعدد n حتى تكون
 $D(n)$ هي شبكة مقيدة وبها هي شبكة بول وإذا كان x لها واحد قواسم n
فإن x' يجب أن يحقق الشرط:

$$\gcd(x, x') = 1$$

$$\text{lcm}(x, x') = \frac{x \cdot x'}{\gcd(x, x')} = n \Rightarrow x' = \frac{n}{x}$$

إذا $D(n)$ شبكة بول إذا وفقط إذا كان $\frac{n}{x}$ و x أوليان فيما بينهما.

وإذا كان $\frac{n}{x}$ و x غير أوليين نسبياً فيوجد عدد أولي p بحيث لا يكون $x = ap$

و $n = p^2$ حيث أن n يقبل القسمة على مربع عدد أولي،
من هنا يمكن القول أن $D(n)$ هي شبكة بول إذا وفقط إذا كان n لا يقبل
القسمة على مربع عدد أولي أي أن n هو من الشكل:

$$n = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_r$$

حيث p_i أعداد أولية و $p_i \neq p_j$ إذا كان $i \neq j$
فإذا توفر هذا الشرط على العدد n وعرفنا على n العنيتين التائيتين، افرضنا
والحقن

$$x \vee y = \gcd(\text{lcm}(x, y), \text{lcm}(\frac{x}{n}, \frac{y}{n}))$$

$$x \wedge y = \gcd(x, y)$$

$$x' = \frac{n}{x}$$

فإن:

$$(D(n), \vee, \wedge, 1, n)$$

وكانت n لا تقبل القسمة على مربع عدد أولي فإن $D(n)$ هي شبكة بول.

ومن الجدير بالذكر أن $D(2)$ ، $D(6)$ ، $D(30)$ ، $D(42)$

اما الأعداد التي تتكون من مربع عدد أولي فإنها لا تتشكل جبراً
مثلاً $D(12)$ ، $D(24)$

D(24), D(12) dc

مثال 1
لتكن لدينا المجموعة المعرفة من العناصر (1) حتى عملية الجمع والضرب المعتمة.
الموضحة بالجدول التالي.

x	x'
0	1
1	0

.	o	1
o	o	o
1	o	1

+	0	1
0	0	1
1	1	1

۱۰

میں

ع

عندما استعانت (أيه، روبرت) بـ (كوك) جدياً لوليامينا؛

الحکد :

نقد و طعن از ادبیات و جملات

$$a+b = \max(a, b)$$

$$a.b = \min(a, b)$$

وہاں نظر ہی الجاؤں ہے ان المبادیٰ الختمہ الواردہ میں کفریت جیڈ بول صحفہ
وہاں سے مسئلہ نکال

$$a+bi = (a+b)(a+c)$$

$$2 = 8$$

$a + b \cdot c$

$$(a+b)(a+c)$$

$$0 + 0 \cdot 0 = 0 + 0 = 0$$

$$(0+0)(0+0) = 0+0 = 0$$

$$0 + 0.1 = 0 + 0 = 0$$

$$1+0(0+1) = 0.1 = 0$$

$$1 + 1 \cdot 1 = 1 + 1 = 2$$

$$(1+1)(1+1) = 2 \times 2 = 4$$

وبقوة الطريقة

$$a(b+c) = a.b + a.c$$

وبذلك فعلاً (1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1) شكل جبر بوليائي

والكل عن مقام صبيان مقام هواد مقام الهرة

اندر

المساحة